DISEÑO DE ACTIVIDADES TRABAJO PARA CASA 5

Nombre: Eduardo Royo Amondarain

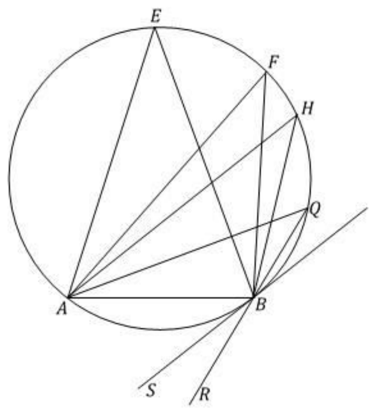
El siguiente fragmento ha sido extraído de los *Éléments de Géométrie* del autor francés Alexis Claude Clairaut (1713-1764).

Después de haber visto que en un mismo segmento los ángulos AEB, AFB y AHB son iguales, se está tentado de buscar lo que ocurre con el ángulo AQB cuando su vértice se confunde con el punto B, extremo de la base AB. ¿Desaparece dicho ángulo? No parece posible que sin ser reducido gradualmente llegue a desaparecer de repente. Tampoco se ve cuál sería el punto a partir del cual este ángulo dejaría de existir. ¿Cómo se puede determinar su medida entonces? Esta dificultad no se puede resolver sin recurrir a la geometría del infinito, de la que todo hombre tiene al menos una idea imperfecta, que sólo hay que desarrollar.

En primer lugar, observemos que, cuando el punto E se aproxima a B, convirtiéndose en F, H, Q, etc., la recta EB se acorta continuamente y el ángulo EBA que forma con la recta AB se abre cada vez más. Pero, por mucho que se acorte la línea QB, el ángulo QBA nunca dejará de ser un ángulo que se puede hacer visible sin más que prolongar la línea QB hacia R. ¿Sucede lo mismo cuando la línea QB, a fuerza de disminuir, se reduce a cero? ¿Qué ocurre entonces con su posición? ¿En qué se convierte la prolongación? Es evidente que no es otra cosa que la recta BS, que toca el círculo en un solo punto B, sin cortarlo en ningún otro punto, y que por esta razón se llama tangente.

Además, es claro que mientras la línea EB disminuye continuamente hasta anularse finalmente, la recta AE que se transforma sucesivamente en AF, AH y AQ, etc. se aproxima a AB y al final se confunde con ella. Así, el ángulo AEB, después de convertirse en AFB, AHB, AQB se convierte finalmente en el ángulo ABS, formado por la cuerda AB y la tangente BS. Este ángulo, llamado ángulo semiinscrito, siempre debe conservar la propiedad de tener por medida la mitad del arco AGB.

Por más que esta demostración pueda ser un poco abstracta para los principiantes, he creído darla porque será muy útil a aquellos que quieran dirigir sus estudios a la Geometría del infinito acostumbrarse desde el principio a consideraciones similares. No obstante, si los principiantes la encuentran demasiado difícil, se les puede llevar al descubrimiento de otra explicándoles la principal propiedad de las tangentes.



A partir de la lectura anterior, responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué contenidos matemáticos aparecen implícitamente en el primer párrafo?

Fragmento del texto	Contenidos
“Después de haber visto que en un mismo segmento los ángulos AEB, AFB y AHB son iguales”	Igualdad de los ángulos inscritos.
“se está tentado de buscar lo que ocurre con el ángulo AQB cuando su vértice se confunde con el punto B”	Límite.
“¿Desaparece dicho ángulo? No parece posible que sin ser reducido gradualmente llegue a desaparecer de repente.”	Continuidad.
“¿Cómo se puede determinar su medida entonces? Esta dificultad no se puede resolver sin recurrir a la geometría del infinito.”	Geometría Euclídea.

2. ¿Qué procedimiento usa Clairaut en el segundo párrafo para llegar a la definición de recta tangente a una circunferencia en un punto? ¿Cuál es esa definición?

Aprovecha la igualdad de los ángulos inscritos (AEB, AFB, etc.) para calcular el límite cuando E tiende a B. De esta forma obtiene tanto la pendiente de la recta tangente (puesto que el ángulo AEB coincide con ABS), como el hecho de que al reducir la longitud de QB a cero, la recta tangente únicamente interseca con la circunferencia en un punto, B. La definición de recta tangente que da Clairaut es precisamente esta: aquella que interseca en un solo punto con la circunferencia.

3. Explica con tu propio lenguaje qué hace Clairaut en el tercer párrafo.

En el tercer párrafo Clairaut clarifica como el ángulo ABS (formado por la tangente y el segmento AB) es igual al ángulo inscrito AEB. Además, dado que cualquier ángulo inscrito es siempre la mitad del correspondiente ángulo central, el ángulo ABS será también la mitad de AGB (es por esto que Clairaut nombra al ángulo ABS como *semiinscrito*).

4, Valora el párrafo final y señala a qué se refiere Clairaut con "la principal propiedad de las tangentes".

El autor comenta cómo el nivel de abstracción de la demostración dada puede resultar difícil para el aprendiz que sigue su manual. No obstante, decide darla por la presencia frecuente de este tipo de argumentos en la *geometría del infinito*, y provee a continuación (en las secciones siguientes al texto que estamos analizando) una demostración alternativa, basada en lo que denomina la principal propiedad de las tangentes. Esta consiste en que la tangente a una circunferencia en un punto dado es perpendicular al diámetro que contiene a dicho punto.

5. Escribe a continuación una valoración personal del texto.

Desde mi punto de vista, se trata de un texto muy interesante por varios motivos. En primer lugar, el fragmento seleccionado (y en general muchas de las secciones de la Tercera Parte de los *Éléments de Géométrie*) posee un discurso matemático suficientemente comprensible para ser abordado en la Educación Secundaria. Esto permite, con la adecuada guía del profesorado, que estos textos puedan ser aprovechados en el aula para comprender, además de los conceptos matemáticos, parte del contexto en el que estos fueron desarrollados. Por otro lado, este mismo carácter histórico puede actuar también despertando la motivación del alumnado, al estudiar contenidos cuya validez sigue vigente siglos después de su desarrollo.